

Beschrijving van de procedures bij het slepen van sloepen en de werking en inhoud van de sleepdataverwerkingsprogramma's.

(Versie 1)

Datum: 6 februari 2012

F. Maitimo.

Inhoudsopgave.

1. Inleiding.	3
2. De sleepopstelling.	4
3. Definitie van de Cw-waarde.....	6
4. Natuurkundige theorie van de luchtweerstand op een sloep.....	6
5. Verwerking van de luchtweerstand in de sleepresultaten.....	7
6. Statistiek: standaarddeviatie.....	8
7. Bepaling van de Cw-waarde uit de rungegevens.	9
8. Formulering van de Cw-kromme.	10
9. Bepaling van de Cw-kromme.....	11
10. Optimalisatie van de A-en B-waarde.....	14
11. Automatische optimalisatie van de A-en B-waarde	15
12. Slotopmerkingen.....	17
13. Appendix A: berekening van de A- en B-waarde.	18
14. Appendix B: Broncode van het programma cw4.f.....	Error! Bookmark not defined.
15. Appendix C: Broncode van het programma cw5.f.....	Error! Bookmark not defined.

1. Inleiding.

Roeisloepen zijn allemaal verschillend qua vorm, lengte, gewicht, materiaal, onderwaterafwerking, glad / overnaads, aantal roeiers, locatie van de doften, roeren, etc. Ondanks deze verschillen worden er toch wedstrijden met deze sloepen gehouden. Om een zo eerlijk mogelijke uitslag te bepalen moeten prestaties van bemanningen met elkaar kunnen worden vergeleken. Het juiste criterium daarvoor is het geleverde gemiddelde vermogen per bemanningslid van een ploeg. De bemanning met het hoogste gemiddelde vermogen heeft de beste prestatie geleverd en behoort de wedstrijd te winnen.

Om dat vermogen te kunnen berekenen zijn er drie gegevens van belang. Het eerste gegeven is de vaarsnelheid in een wedstrijd, het tweede gegeven is de sloepweerstand bij die vaarsnelheid en het derde gegeven is het aantal roeiers. In een wedstrijd is de roeisnelheid gemakkelijk te berekenen. Dat is de minimale, officieel toegestane, roeiafstand in een wedstrijd gedeeld door de roeitijd van iedere ploeg. Het aantal roeiers in een wedstrijd is eveneens gemakkelijk te bepalen.

Het derde gegeven, de vaarweerstand bij de roeisnelheid, is de moeilijkst te bepalen grootheid. Om die vaarweerstand te kunnen bepalen moet elke sloep met de roeibe-zetting op de doften in de juiste range van de roeisnelheid worden gesleept. Die range is de roeisnelheid van de sloep (kan per ploeg verschillen) plus of min 10%. De roeisnelheid van een ploeg in een sloep moet door de ploeg zelf worden bepaald. Uitgangspunt moet zijn de roeisnelheid bij windstil weer, zonder golven, zonder zuiging en zonder stroming. Om gezeur bij wedstrijden en oeverloze discussies te vermijden, worden sloepen niet met de eigen bemanning, maar met een vast gewicht per bemanningslid gesleept. Dat is 75 kg voor een roeier en 95 kg voor een ploeg.

Bij het slepen worden van allerlei elektronische apparaten de metingen opgeslagen in de meetcomputer. Na het slepen van een sloep, doorgaans zijn dat zes metingen bij drie verschillende snelheden, wordt gelijk gecontroleerd of de metingen ruwweg wel juist zijn. Dat kan worden gedaan door de resultaten te vergelijken met de sleepresultaten van eerdere metingen met die sloep of met de resultaten van vergelijkbare sloepen. Als er twijfel is over de juistheid van een sleepsessie, dan wordt de sloep direct nogmaals gesleept. Dat geeft dan in ieder geval de zekerheid dat er bij het achteraf nauwkeurig bepalen van de precieze weerstand geen onaangename verrassingen van foute metingen zijn, want voor dat jaar is er dan niets meer te herstellen.

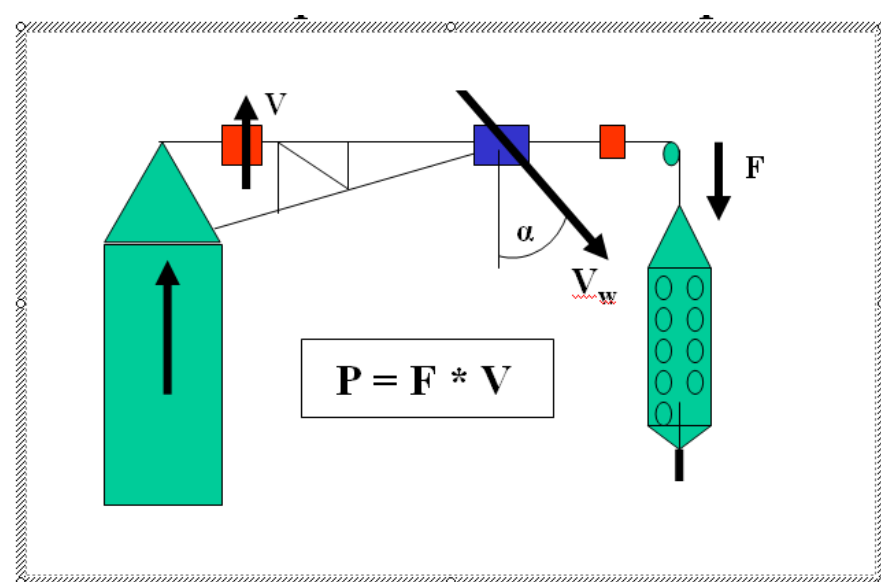
Dit rapport beschrijft de software die voor de verwerking van de meetgegevens wordt gebruikt. Het programma dat tijdens het slepen de meetgegevens verwerkt en opslaat in de computer is hierin niet beschreven. Dat meetprogramma is geprogrammeerd in het softwarepakket DASYLAB.

In de internet-versie van dit rapport dat op de FSN site staat zijn de appendices B en C weggelaten. Die twee bevatten de broncodes van de FORTRAN verwerkingsprogramma's.

2. De sleepopstelling.

Met de sleepproeven wordt de weerstandkracht van een sloep bepaald wanneer die met een door de ploeg bepaalde snelheid door het water wordt gesleept. Tijdens die sleepproeven wordt er bij drie snelheden op en rond de opgegeven roeisnelheid gemeten hoe hoog die weerstandkracht is. Er worden in totaal zes runs gedaan: drie runs heen en drie runs terug. Iedere snelheid wordt daarom in principe tweemaal gemeten. Daar zit twee keer de roeisnelheid bij, tweemaal een ongeveer 10% lagere snelheid en tweemaal een ongeveer 10% hogere snelheid.

De volgende figuur geeft de sleepopstelling weer. Links is de sleper getekend en de gesleepte sloep staat rechts getekend. Aan de voorkant van de sleper is een dwarse sleepboom gemonteerd. De lengte van de sleepboom is ongeveer 6.5 m. Dit is op deze manier gedaan om er voor de zorgen dat de gesleepte sloep geen last heeft van het 'vuile' water van de sleper. Dat betreft dan zowel het schroefwater als de door de sleper veroorzaakte golven en de zuiging tussen sleper en sloep.



Er worden vier grootheden gemeten.

- De eerste is de kracht in de sleepkabel (F). De sleepkabel is direct verbonden aan de krachtopnemer. Om de kabelkracht correct te meten moet de sleepkabel horizontaal lopen. De sleepboomconstructie is zodanig dat hij in het verticale vlak kan bewegen. Het horizontaal lopen van de kabel kan daarmee worden ingesteld.
- De tweede grootheid die wordt gemeten is de vaarsnelheid ten opzichte van het water (V). Deze grootheid wordt gemeten vlak bij de sleper. Het is daarom noodzakelijk dat tijdens het slepen, de sleper een rechte koers vaart. Doet hij dat niet, dan verschilt de sloepsnelheid van de gemeten snelheid en wordt de verkeerde C_w -waarde bij die snelheid gemeten.
- De derde grootheid die wordt gemeten is de relatieve windsnelheid ten opzichte van de sloep (V_w). De locatie van deze opnemer is ongeveer de plaats waar de sleepkabel aan de vaarboom is bevestigd.
- De vierde grootheid die wordt gemeten is de windhoek ten opzichte van de vaarrichting (α). Het principe is die van een windvaantje. Ook deze opnemer zit bij het verbindingspunt van de sleepkabel aan de vaarboom. Een hoek van 0° of 360° graden betekent dat de wind pal van voren komt en 180° graden dat de wind pal van achteren komt.

Opmerking.

In de figuur staat $P = F * V$. Hierin is P het vermogen dat nodig is om de sloep onder die omstandigheden bij die snelheid door het water te slepen.

Gedurende iedere run is de vaarsnelheid constant. Omdat de Cw-waarde erg afhankelijk is van de vaarsnelheid, is een constante vaarsnelheid heel belangrijk. Iedere run duurt 50 seconden. Per seconde worden 1000 metingen gedaan. In totaal levert dat 50.000 metingen per run op. Iedere meting (met vier grootheden) wordt direct in de meetcomputer opgeslagen.

Het meetprogramma, geschreven in DASYLAB software, maakt aan het begin van een sleepsessie van een sloep een directory op de meetcomputer aan met de ingetikte naam van de sloep. Daarin wordt voor iedere run een aparte meetfile weggeschreven. De namen van de files zijn als volgt opgebouwd:

Naam_01.ASC ; Naam_02.ASC ; Naam_03.ASC ; Naam_04.ASC ; Naam_05.ASC ; Naam_06.ASC

Hierin is 'Naam' de ingetikte sloepnaam aan het begin van een sleepsessie. Voor iedere sloep is er dus een aparte directory waarin de meetfiles staan die ook de naam van de sloep bevatten.

Na een sleepsessie zijn er zes meetfiles en kunnen er ook zes Cw-waarden worden berekend. Met de beschikbare meetfile-verwerkings-software wordt grofweg direct de gemeten Cw-kromme berekend uit de zes Cw-waarden en daarna gevisualiseerd (met EXCEL). Daarmee is gelijk te controleren of er geen gekke dingen zijn gemeten. Als dat wel het geval is, dan wordt er direct overgeslept.

Hieronder staat een voorbeeld van de eerste regels van een in de computer opgeslagen meetfile van een run.

```
DASYLab - V 9.00.01
WORKSHEET      : Sleepprogramma v1.43_Log1-2wissel3sec_F1-2wissel
Recording Date  : 7-3-2010, 11:09:58
Block Length   : 100
Delta          : 0.001 sec.
Number of Channels : 4
> HT Nummer: 37 Seahorse 8h
Elapsed Time[hh:mm:ss];F1 Kracht [Newton];Log 1 Snelheid [ms];Windsnelheid
[ms];Windrichting [Graden];
00:05:33,300;232,08;2,20;2,32;352,54;
00:05:33,301;233,52;2,20;2,32;350,59;
00:05:33,302;233,04;2,20;2,32;352,54;
00:05:33,303;229,21;2,20;2,32;352,54;
```

Er zijn een aantal commentaar regels gevolgd door 50000 regels met de tijd en de vier meetwaarden. Die vijf getallen zijn gescheiden door een puntkomma (;). De eerste meetwaarde is de tijd (in de eerste regel is die 00:05:33,300). Het tweede getal is de kabelkracht in Newton (in de eerste regel is die 232,08). Het derde getal is de vaarsnelheid ten opzichte van het water in m/sec (2,20). Het vierde getal is de relatieve windsnelheid in m/sec (in de eerste regel is die 2,32) en het vijfde getal is de windhoek in graden (in de eerste regel is die 352,54 graden).

Zoals in bovenstaande is te zien, worden getallen door DASYLAB niet weggeschreven met een decimale punt, maar met een decimale komma. De verwerkingsprogramma's in FORTRAN vereisen echter een decimale punt. Daarom worden in de FORTRAN programma's eerst de decimale komma's vervangen door een decimale punt voordat ze als getallen worden ingelezen.

De sleepsoftware maakt gebruik van deze getallen om de weerstandsberekeningen te doen.

3. Definitie van de Cw-waarde.

Het verband tussen de gemeten weerstandkracht en de Cw-waarde bij een snelheid is als volgt gedefinieerd:

$$Cw\text{-waarde} = \text{weerstandkracht} / (\text{vaarsnelheid} * \text{vaarsnelheid}) = F / (v * v) \text{ [kg/m]}.$$

De Cw-waarde is bij iedere snelheid anders. Dat is gebleken door sloepen bij verschillende snelheden te slepen en met bovenstaande formule bij iedere snelheid de Cw-waarde te bepalen. Bij hogere snelheden (in de richting van de zogenaamde 'rompsnelheid') neemt de Cw-waarde enorm snel toe (dat kan zijn met de zevende macht van de snelheid). Om bij een bepaalde snelheid de Cw-waarde te bepalen is het daarom heel erg belangrijk dat gedurende een run de sleepsnelheid constant is en dat er in een rechte lijn wordt gevaren. De snelheidsopnemer zit namelijk op de sleper. Wanneer er een bocht wordt gevaren, dan is door de lengte van de vaarboom de snelheid van de sloep hoger of lager dan de geregistreerde sleepsnelheid. Bij een bocht naar stuurboord is de snelheid lager en bij een bocht naar bakboord hoger (de vaarboom zit aan stuurboord).

Iedere sloep moet gesleept worden op en rond zijn roeisnelheid. Die roeisnelheid is bekend uit vroegere wedstrijden en moet in principe door de ploeg zelf worden opgegeven. Met zes runs geeft dat zes Cw-waarden rond de roeisnelheid. Er moet overigens wel duidelijk gesteld worden dat de uiteindelijk berekende Cw-waarde de waarde is zoals die bij windstil weer geldt. Met andere woorden de relatieve windsnelheid is dan gelijk aan de vaarsnelheid. Om die ('windstille') Cw-waarde te kunnen bepalen, moeten de invloeden van de gemeten windsnelheden en hoeken tijdens het slepen worden geëlimineerd. Hoe dat mogelijk is wordt hierna uitgelegd.

4. Natuurkundige theorie van de luchtweerstand op een sloep.

Uitgangspunt is de uit de Stromingsleer bekende vergelijking voor een 'stroomlijn'. (Wet van Bernoulli). Het verband tussen druk, hoogte en snelheid van een laminair stromend medium (water, lucht, etc) wordt gegeven door de volgende vergelijking.

$$p + 1/2 * \rho * v^2 + \rho * g * h = \text{constant}$$

De betekenis van de symbolen is als volgt.

p = de druk in het medium [N/m²]
ρ = de dichtheid van het medium [kg/m³]. (Voor lucht: 1.225 [kg/m³]).
v = snelheid van het stromende medium t.o.v. referentiepunt [m/s]
g = versnelling van de zwaartekracht [m/s²]. (g= 9.81 [m/s²]).
h = hoogte [m].
c = constante.

Wanneer er op twee plaatsen in dezelfde stroomlijn wordt gekeken, dan geldt dus:

$$p_1 + 1/2 * \rho * v_1^2 + \rho * g * h_1 = p_2 + 1/2 * \rho * v_2^2 + \rho * g * h_2$$

Stel nu dat op plaats 1 het medium vrij stroomt en dat op plaats 2 het medium op een voorwerp botst dat t.o.v. de referentie stilstaat. We nemen eerst aan dat het hoogteverschil tussen plaats 1 en plaats 2 gelijk is aan 0 (h₁ = h₂). Dat het voorwerp stil staat betekent dat v₂ = 0 [m/s]. Dit levert dan de vergelijking op:

$$(p_2 - p_1) = 1/2 * \rho * v_1^2$$

Met andere woorden het drukverschil is evenredig met de stroomsnelheid in het kwadraat. Als het (geprojecteerde) dwarsoppervlak van het voorwerp gelijk is aan A [m²], dan wordt er door het stromende medium (veronderstel lucht) op het voorwerp een totale kracht uitgeoefend van:

$$\text{Kracht door lucht op voorwerp} = F_{\text{lucht}} = A * (p_2 - p_1) = 1/2 * \rho * A * v_1^2 \text{ [N]}$$

Dit is de maximale kracht die het voorwerp kan ondervinden. Omdat twee voorwerpen weliswaar hetzelfde geprojecteerde dwarsoppervlak kunnen hebben, maar een heel andere vorm (bijvoorbeeld: vlakke plaat – kegel – bol), wordt deze maximaal mogelijke kracht vermenigvuldigd met een lucht-omstroom-coëfficiënt. (c_v). Deze factor geeft aan hoeveel het voorwerp echt voelt van de maximaal mogelijke kracht. Deze factor heeft uiteraard een grootte van tussen de 0 en de 1.

Hoe lager de c_v -waarde, des te lager is, bij hetzelfde geprojecteerde dwarsoppervlak, de windweerstand. Voor auto's, vliegtuigen, etc, worden windtunnelproeven gedaan om deze c_v -waarde te bepalen. Uiteindelijk wordt er voor de weerstandskracht van de lucht de volgende uitdrukking gevonden.

$$F_{\text{lucht}} = A * c_v * (p_2 - p_1) = 1/2 * \rho * A * c_v * v^2 \text{ [N]}$$

5. Verwerking van de luchtweerstand in de sleepresultaten.

Het is duidelijk dat bovenstaande formule ook gebruikt moet worden om de luchtweerstand van de sloepen te verwerken in de sleepresultaten. Voor A moet het geprojecteerde oppervlak van een sloep worden genomen, dit is de gemeten hoogte maal de gemeten breedte (zie het Sloepregister). Deze waarde wordt nog verhoogd met 0.5 [m²] om de invloed van het rugoppervlak van de (boeg)roeiers mee te nemen.

Wanneer de wind pal van voren komt, dan is de gemeten sleepkabelkracht gelijk aan de waterweerstand van de sloep plus de luchtweerstand van de sloep. Ofwel in formulevorm:

$$F_{\text{kabel}} = F_{\text{water}} + F_{\text{lucht}} = Cw\text{-vac} * v_s^2 + 1/2 * \rho * A * c_{vt} * v_w^2 \text{ [N]}$$

Hierin is:

- Cw-vac = de Cw-waarde wanneer er in vacuüm gesleept zou zijn (alleen de waterweerstand)
- v_s = de sleepsnelheid t.o.v. het water (gemeten) [m/s].
- v_w = de relatieve windsnelheid t.o.v. de sloep (gemeten) [m/s].
- c_{vt} = de lucht-omstroom-coëfficiënt voor pure tegenwind.

Wanneer de wind niet pal van voren komt, maar onder een hoek α (windhoekmeter!), dan moet de component van de windsnelheid in de vaarrichting worden genomen. Dit levert dan de volgende vergelijking op:

$$F_{\text{kabel}} = F_{\text{water}} + F_{\text{lucht}} = Cw\text{-vac} * v_s^2 + 1/2 * \rho * A * c_{vt} * (v_w * \cos \alpha)^2 \text{ [N]} \quad (a)$$

Voor wind mee geldt een soortgelijke vergelijking:

$$F_{\text{kabel}} = F_{\text{water}} - F_{\text{lucht}} = Cw\text{-vac} * v_s^2 - 1/2 * \rho * A * c_{vm} * (v_w * \cos \alpha)^2 \text{ [N]} \quad (b)$$

Let er op dat er een minteken in de vergelijking voor de luchtweerstand staat, omdat in dit geval de kabelkracht en de luchtkracht in dezelfde richting werken. Verder is de lucht-omstroom-coëfficiënt nu gelijk aan c_{vm} . Deze zal een andere waarde hebben dan voor tegenwind (andere vorm van het aangestroomde oppervlak bijvoorbeeld).

Uit beide bovenstaande vergelijkingen wordt met een FORTRAN-programma ('cw4.exe') per meting de Cw-vac berekend. Het teken van $\cos \alpha$ bepaalt of het een wind-tegen dan wel een wind-mee geval is. De laatste stap die

moet worden genomen is de berekening van de C_w -waarde voor windstil weer uit deze C_w -vac. Dat is eenvoudig, omdat in dat geval geldt: $v_s = v_w$ en $\cos \alpha = 1$.

Dat levert dan de vergelijking op:

$$F_{\text{kabel}} = C_w * v_s^2 = C_w\text{-vac} * v_s^2 + 1/2 * \rho * A * c_{vt} * v_s^2 \text{ [N]}$$

Ofwel :

$$C_w = C_w\text{-vac} + 1/2 * \rho * A * c_{vt} \quad (c)$$

Hierin is 'Cw' de bij de vaarsnelheid v_s behorende C_w -waarde voor windstil weer.

6. Statistiek: standaarddeviatie.

Stel er is een bepaalde grootte X die een aantal malen wordt gemeten (n -maal). Een individuele meting wordt X_i genoemd. Het gemiddelde van alle metingen is X_{gem} en volgt uit de volgende relatie:

$$X_{\text{gem}} = (X_1 + X_2 + \dots + X_i + \dots + X_n) / n$$

Wanneer het gemiddelde bekend is, dan kan van iedere meting de afwijking (fout) worden bepaald:

$$\Delta X_i = (X_i - X_{\text{gem}}). \text{ Gekwadrateerd is dat gelijk aan: } \Delta X_i^2 = (X_i - X_{\text{gem}})^2.$$

Het gemiddelde van deze gekwadrateerde afwijkingen is de 'variantie':

$$\text{Variantie} = (\Delta X_1^2 + \Delta X_2^2 + \dots + \Delta X_i^2 + \dots + \Delta X_n^2) / n$$

De standaarddeviatie σ is gedefinieerd als de wortel van de variantie. Het is een maat voor de absolute waarde van de gemiddelde afwijking. Hoe kleiner de standaarddeviatie des te betrouwbaarder (beter) de meting. De standaarddeviatie kan worden berekend op bovenstaande manier, maar er is een kortere en elegantere manier om hem te berekenen.

$$\Delta X_i^2 = (X_i - X_{\text{gem}})^2 = X_i^2 - 2 X_i X_{\text{gem}} + X_{\text{gem}}^2$$

Invulling in de formule voor de variantie levert dan:

$$\text{Variantie} = (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_i^2 + \dots + X_n^2) / n - 2 X_{\text{gem}} (X_1 + X_2 + \dots + X_i + \dots + X_n) / n + X_{\text{gem}}^2$$

ofwel:

$$\text{Variantie} = (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_i^2 + \dots + X_n^2) / n - X_{\text{gem}}^2$$

Om te programmeren is de laatste uitdrukking handiger om te gebruiken. Tijdens de berekening worden er twee sommen bijgehouden. Iedere meetwaarde en het kwadraat daarvan moeten worden opgeteld bij de respectievelijke sommen van de voorgaande metingen. Zodra de laatste meting gedaan is, is de variantie en daarmee de standaarddeviatie bekend. Het gemiddelde is de som van de meetwaarden zelf gedeeld door het aantal metingen en de variantie is de som van de kwadraten gedeeld door het aantal metingen minus het kwadraat van het gemiddelde. Zo is het in de verwerkingssoftware ook geprogrammeerd.

7. Bepaling van de Cw-waarde uit de rungegevens.

De verwerkingssoftware, geschreven in FORTAN 77, staat in een aparte verwerkingsdirectory op de computer. De naam van de 'executable' van dit programma is 'cw4.exe'. Eerst worden de zes meetfiles van een sloep naar deze directory gekopieerd en vervolgens hernoemd. De verwerkingssoftware maakt gebruik van een aparte invoerfile waarin de nodige parameters zijn gegeven. Een voorbeeld van een invoerfile, waarvan de naam altijd 'cw4-inp.txt' is, staat hieronder.

```
Het lezen van het aantal uitlezingen per run.  
50000  
Het lezen van de naam van de sloep (max. 30 characters).  
AvHob-8D  
Het lezen van het dwarsoppervlak van de sloep.  
2.330  
Het lezen van de wind-weerstandscoefficienten (tegen-mee:windstil)  
0.6 0.7  
Het lezen van het aantal meetfiles  
6  
Het lezen van de meetfilenaam en wind-weerstanden (tegen-mee)  
run_01.ASC 0.6 0.7  
run_02.ASC 0.6 0.7  
run_03.ASC 0.6 0.7  
run_04.ASC 0.6 0.7  
run_05.ASC 0.6 0.7  
run_06.ASC 0.6 0.7
```

De meeste invoerparameters spreken voor zich. Desondanks een paar kanttekeningen.

1. De invoer bevat gehele getallen ('integers') en gebroken getallen ('reals'). Als een getal een 'real' is moet er altijd een decimale punt in de invoer staan, ook al is het getal toevallig 'geheel' is (alle decimalen gelijk aan nul zijn). Dat geldt dus voor het dwarsoppervlak en alle windweerstandcoëfficiënten.
2. Het dwarsoppervlak van de sloep is de maximale breedte van de sloep vermenigvuldigd met de hoogte boven de waterlijn en dat vermeerderd met $0.5 \text{ [m}^2\text{]}$ in verband met het rugoppervlak van de twee boegroei(st)ers.
3. De eerste twee wind-weerstandcoëfficiënten zijn voor de bepaling van de Cw-waarde bij windstil weer.
4. Iedere meetfile heeft zijn eigen aparte regel in de invoerfile. Die bevat de naam van de meetfile en twee wind-weerstandcoëfficiënten voor een bepaalde run. Die twee kunnen per run verschillen en ook verschillen van de waarden voor windstil weer. Waarom dat zo is zal later duidelijk worden. Verder is duidelijk dat de naam van de invoerfiles altijd hetzelfde is. Daarom moeten de kopieën van de oorspronkelijke meetfiles in deze directory worden hernoemd. Daar wordt de volgende .bat file voor gebruikt (naam: 'hernoemen-cw4.bat').

```
copy *_01.ASC run_01.ASC  
copy *_02.ASC run_02.ASC  
copy *_03.ASC run_03.ASC  
copy *_04.ASC run_04.ASC  
copy *_05.ASC run_05.ASC  
copy *_06.ASC run_06.ASC
```

Door het opstarten van het verwerkingsprogramma, worden de meetfiles achter elkaar doorgerekend. Per regel uitvoer worden met behulp van de formules (a), (b) en (c) van hoofdstuk 5, alle relevante grootheden en hun standaarddeviaties berekend en weggeschreven in de file 'fortran.out'. De uitvoer ziet er volgt uit.

```

DASYLab - V 9.00.01
WORKSHEET      : Sloepprogramma v1.43_Log1-2wi
Recording Date  : 6-3-2010, 16:28:16
Block Length   : 100
Delta          : 0.001 sec.
Number of Channels : 4
> HT Nummer: 00 Sloep-8h
Elapsed Time[hh:mm:ss];F1 Kracht [Newton];Log 1 Sn

```

```

Naam van de sloep: Sloep-8h           A-waarde= 31.31 [kg/m]  B-waarde= 9.42 [m/s]
Dwarsoppervlak van de sloep: 2.84 [m2]
Cv(tegen)= 0.50 windstil
Cv(mee)= 0.70 windstil

```

	Vsloep[m/s]	Cw[kg/m]	F[N]	Vwind[m/s]	alpha[degr]	Cwvac[kg/m]	Cvt2	Cvm2
run 1	2.55	33.92	273.41	7.00	351.56	33.05	0.70	0.70
SD=	0.02	3.86	26.23	0.92	18.45	3.86		
run 2	2.66	33.50	330.92	9.54	289.82	32.63	0.70	0.70
SD=	0.03	7.27	29.52	1.66	128.50	7.27		
run 3	2.90	34.94	394.09	9.60	346.24	34.07	0.70	0.70
SD=	0.03	3.94	26.90	1.12	13.48	3.94		
run 4	2.58	34.05	215.87	1.87	158.66	33.18	0.60	0.90
SD=	0.03	4.32	28.28	0.53	16.85	4.32		
run 5	2.79	34.40	256.07	1.68	167.46	33.53	0.60	0.90
SD=	0.02	2.45	19.48	0.57	13.70	2.45		
run 6	2.94	34.47	285.32	1.78	164.93	33.59	0.60	0.90
SD=	0.02	2.70	22.91	0.44	10.02	2.70		

In deze uitvoer staan tevens de A- en B-waarde van de Cw-kromme zoals die door het verwerkingsprogramma zijn berekend. Hoe die berekening in zijn werk gaat staat beschreven op de volgende pagina's.

8. Formulering van de Cw-kromme.

Met behulp van de berekende Cw-waarden per run moet de Cw-kromme worden bepaald. Deze kromme geeft het verloop van de Cw-waarde als functie van de vaarsnelheid.

De Cw-kromme wordt verondersteld (aanname) een hyperbool te zijn met twee constanten: de A- en B-waarde. In formulevorm:

$$Cw\text{-waarde} = A / [1 - (v / B)^2]$$

Deze A- en B-waarde zijn de constanten die vermeld staan in het Sloepregister. Wanneer in bovenstaande formule de vaarsnelheid wordt ingevuld, dan rolt daar automatisch de bijbehorende Cw-waarde uit. Het is van groot belang dat die vaarsnelheid goed wordt gekozen, omdat de Cw-kromme alleen betrouwbaar is in het gemeten snelheidsgebied (plus of min 10% van de aangenomen roeisnelheid). Wanneer er buiten dat roeigebied gesleept wordt, zijn de A en B waarden vrijwel zeker anders.

Wanneer de Cw-kromme over het volledige snelheidsbereik (van 0 [m/s] tot de rompsnelheid) bepaald zou moeten worden, dan is bovenstaande aanname niet juist en zijn er veel meer metingen nodig dan de zes van nu bij ruwweg drie verschillende snelheden op en rond de roeisnelheid. Het is de verantwoording van de ploegen zelf om de juiste roeisnelheid op te geven. Het kan namelijk worden aangetoond dat slepen bij de verkeerde roeisnelheid in verreweg de meeste gevallen zal leiden tot een te lage Cw-waarde bij de echte roeisnelheid.

Zoals hierboven al is vermeld is dit verloop een aanname. Dat kan als volgt worden ingezien. De A-waarde is de Cw-waarde bij vaarsnelheid 0 [m/s]. Dan kan natuurlijk niet, want die weerstand zou 0 moeten zijn. Uit de formule volgt ook dat indien de snelheid gelijk is aan de B-waarde, de weerstand oneindig groot wordt. Het is echter gebleken dat door een sloep bij een hogere snelheid te slepen de B-waarde steeds lager (lees 'beter geschat') wordt. Dit ter illustratie van het feit dat het aangenomen Cw-krommeverloop alleen maar juist is in het gemeten snelheidsgebied en inderdaad een aanname is.

9. Bepaling van de Cw-kromme.

Met behulp van ‘de kleinste kwadraten methode’, een wiskundig hulpmiddel, worden uit de zes gemeten Cw-waarden de A- en B-waarde zodanig bepaald, dat de som van de kwadraten van de fouten ten opzichte van de resulterende Cw-kromme minimaal is.

In formulevorm uitgedrukt gaat dit als volgt.

Wanneer we veronderstellen dat de Cw-kromme bekend is, dan kan per run het verschil van de Cw-waarde volgens de Cw-kromme en de gemeten Cw-waarde worden bepaald. Dat verschil is gelijk aan:

$$\Delta Cw_i = Cw_i\text{-gemeten} - A / [1 - (v_i / B)^2]$$

Het kwadraat van die afwijking is:

$$\Delta Cw_i^2 = \{Cw_i\text{-gemeten} - A / [1 - (v_i / B)^2]\}^2$$

We kunnen nu een grootheid ($Fout^2$) definiëren als de som van al die gekwadrateerde afwijkingen.

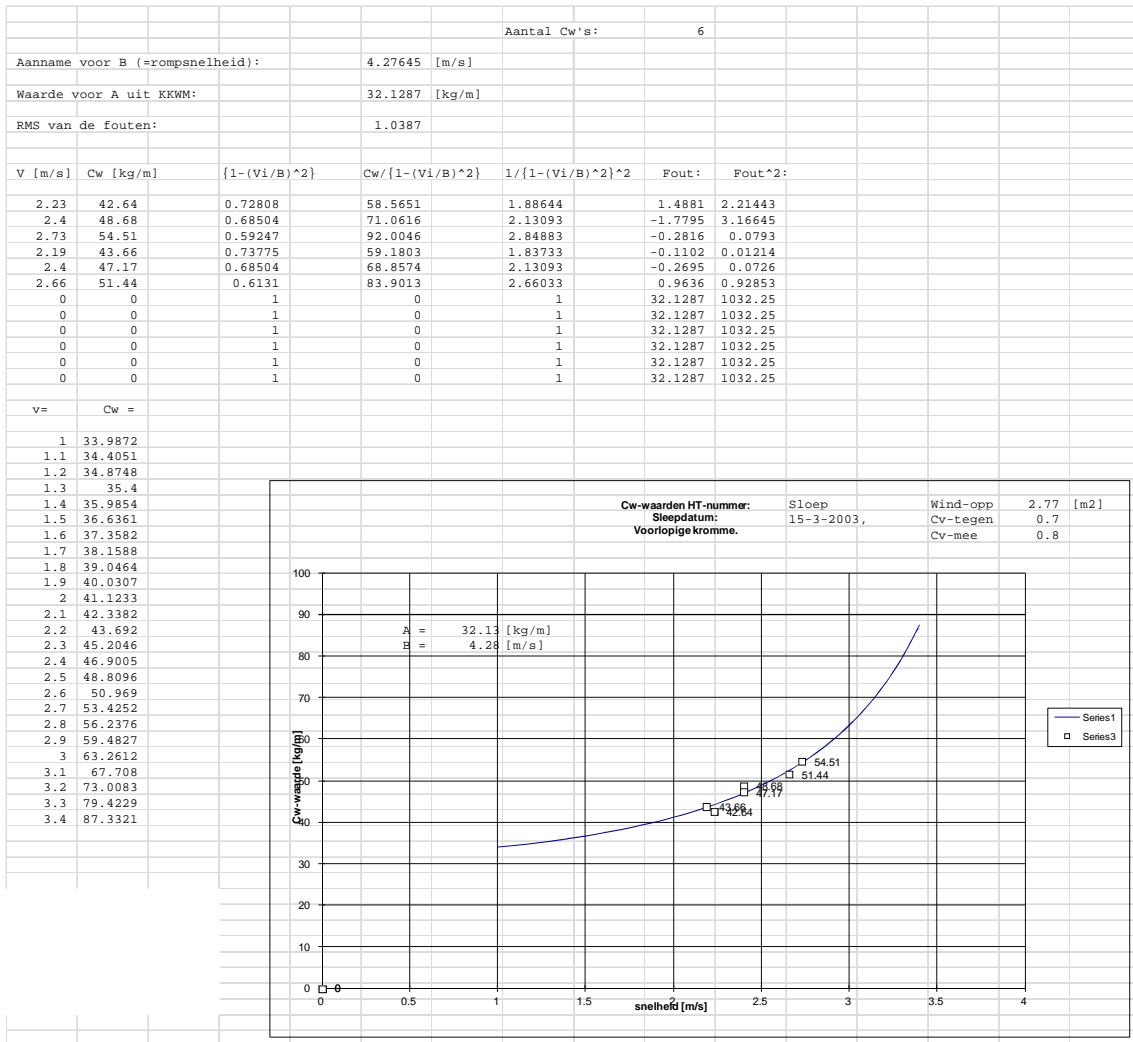
$$Fout^2 = \Delta Cw_1^2 + \Delta Cw_2^2 + \Delta Cw_3^2 + \Delta Cw_4^2 + \Delta Cw_5^2 + \Delta Cw_6^2$$

We eisen nu dat deze grootheid minimaal is als functie van de gekozen A- en B-waarde. Wiskundig gezien leidt dit tot twee vergelijkingen met twee onbekenden. (De partiële afgeleiden naar A en B moeten nul zijn).

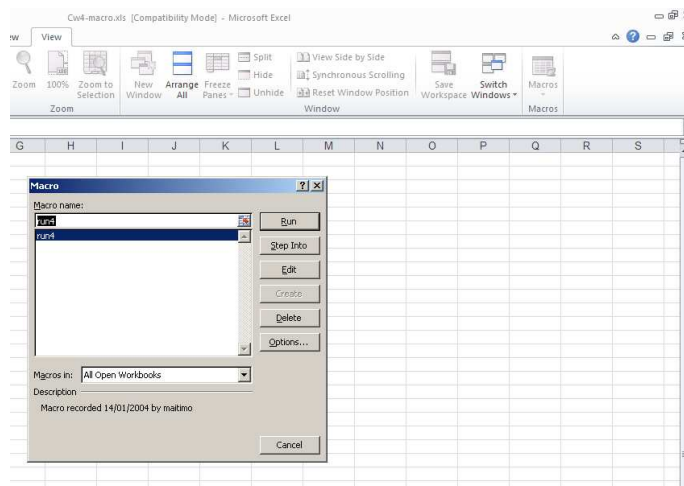
$$\frac{\partial Fout^2}{\partial A} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial Fout^2}{\partial B} = 0$$

Uit de twee vergelijkingen wordt de A-waarde geëlimineerd. Vervolgens wordt met een iteratief proces de B-waarde berekend. De wiskundige beschrijving staat in Appendix A. Daarna zijn alle gegevens bekend en worden weggeschreven in de file ‘fortran.out’ (zie eerder).

Aan de file ‘fortran.out’ is niet direct te zien hoe het Cw-kromme resultaat is. Dat kan echter wel met EXCEL. De file ‘fortran.out’ wordt daarom ingelezen op het tabblad ‘FORTRAN output’ van het spreadsheet ‘CW4-CURVE-F-output.xls’. Op een ander tabblad van dit spreadsheet (‘Cw-curve’) worden deze gegevens dan gebruikt om het resultaat te visualiseren. Een voorbeeld daarvan staat hieronder.



Dit vereist nogal wat handelingen. Daarom is er een EXCEL-macro gemaakt die al die handelingen doet. Die macro zit in het spreadsheet 'Cw4-macro.xls'. Door de 'knop' Run in te drukken wordt de macro geactiveerd. Zie figuur hieronder.



De inhoud van de macro staat hieronder. Het is van belang om in deze macro de naam van de verwerkingsdirectory juist in te voeren, anders werkt de macro niet.

```
Sub run4()  
'  
' run4 Macro  
' Macro recorded 14/01/2004 by maitimo  
'  
'  
Workbooks.Open Filename:= _  
"D:\Floor\Beun\ROEIEN\HT-cie\res.verwerking\CW4-CURVE-F-output.xls"  
Range("A1:N40").Select  
Selection.ClearContents  
Range("A1").Select  
Workbooks.OpenText Filename:="D:\Floor\Beun\ROEIEN\HT-cie\res.verwerking\fortran.out", _  
Origin:=xlWindows, StartRow:=1, DataType:=xlDelimited, TextQualifier:= _  
xlDoubleQuote, ConsecutiveDelimiter:=True, Tab:=True, Semicolon:=True, _  
Comma:=True, Space:=True, Other:=True, OtherChar:=";", FieldInfo:= _  
Array(Array(1, 1), Array(2, 1), Array(3, 1), Array(4, 1), Array(5, 1))  
Range("A1:M34").Select  
Selection.Copy  
Windows("CW4-CURVE-F-output.xls").Activate  
ActiveSheet.Paste  
Sheets("Cw-curve").Select  
Application.CutCopyMode = False  
ActiveWindow.SelectedSheets.PrintPreview  
End Sub
```

Wanneer deze macro wordt gerund verschijnt de bovenstaande figuur met de Cw-kromme op het scherm. Daaraan is direct te zien hoe de Cw-kromme verloopt en wat bij een bepaalde snelheid de Cw-waarde is. Dat maakt het controleren met voorgaande metingen en / of vergelijkbare sloepen een stuk gemakkelijker. Na een sleepsessie kan aan de hand hiervan dan ook direct besloten worden of een sleep gelukt is of dat er overgesleept moet worden.

Verder staat er in het spreadsheet het gegeven 'RMS van de fouten' (voor deze meting is dat dus 1.0387 [kg/m]). Dit is de standaarddeviatie van de afwijkingen van de gemeten Cw-waarden ten opzichte van de berekende Cw-kromme. (RMS is 'Root Mean Square'). Hoe kleiner die RMS waarde is, des te beter is de berekende kromme. Deze RMS-waarde wordt gebruikt om het meetresultaat te optimaliseren (zie later).

Na controle van de sleepresultaten moeten de spreadsheets worden afgesloten en heel belangrijk: **zonder te saven!**. Als dit niet gedaan wordt, dan werkt de macro niet goed, omdat die uitgaat van een bepaalde startsituatie in het spreadsheet 'CW4-CURVE-F-output.xls'.

Het verwerken van alle meetgegevens gebeurt met behulp van het eerder genoemde programma 'cw4.exe'. De broncode van dit programma (cw4.f) is geschreven in FORTRAN77 en is opgenomen in Appendix B. Let er op dat bij het runnen van het cw4-programma de file 'fortran.out' wordt overschreven. Als men die oude file toch wil bewaren, dan zal hij moeten worden hernoemd.

10. Optimalisatie van de A-en B-waarde.

In het voorgaande is beschreven hoe de A-en B-waarde worden berekend uit de gegevens van de zes sleepruns. Daarbij wordt ook gebruik gemaakt van de gegevens in de invoerfile 'cw4-inp.txt'. Per run worden daarin de windweerstandcoëfficiënten voor tegenwind en wind mee gedefinieerd. Er is echter één probleem: de lucht-omstroom-coëfficiënten zijn vooralsnog onbekend. Hoe moeten die nu worden bepaald?

De A- en B-waarden van de Cw-kromme worden zodanig bepaald dat de standaarddeviatie van de gemeten Cw waarden minimaal is ten opzichte van de uiteindelijke Cw-kromme. Die standaarddeviatie ('RMS van de fouten') staat vermeld bij de getoonde EXCEL grafiek van de Cw-kromme.

Hoe kleiner die standaarddeviatie des te beter de meting. Die standaarddeviatie is geldig voor de gebruikte windweerstandcoëfficiënten uit 'cw4-inp.txt' en zal daarom zeker niet de meest optimale waarde zijn. Door een andere keuze van de windweerstandcoëfficiënten kan die standaarddeviatie kleiner worden. Om dat voor elkaar te krijgen kan er gekozen worden voor andere windweerstandcoëfficiënten per run. Dat moet wel gaan op basis van een beargumenteerde keuze.

Uitgangspunt bij die keuze is de volgende overweging.

Het is duidelijk dat bij een zekere vaarsnelheid de resulterende Cw-waarde voor windstil weer altijd hetzelfde moet zijn. Met andere woorden als er met een zekere vaarsnelheid een keer wind-tegen en een keer wind-mee is gesleept dan moeten de lucht-omstroom-coëfficiënten zodanig zijn dat er voor beide runs dezelfde Cw-waarde voor windstil weer uitkomt. Je zou ook kunnen zeggen, de lucht-omstroom-coëfficiënten moeten zodanig gekozen worden dat de resulterende Cw-waarden zo dicht mogelijk bij de resulterende Cw-kromme komen te liggen.

Uit de EXCEL grafiek is direct te zien welke Cw-waarde(n) ver van de berekende Cw-kromme liggen. Uit de 'fortran.out' is dan te lezen bij welke run deze Cw-waarde hoort. Op basis daarvan kunnen door redenering de windweerstandcoëfficiënten voor die run worden aangepast. Twee voorbeelden.

Voorbeeld-1.

Er is een gemeten Cw-waarde van een run die duidelijk hoger ligt dan de Cw-kromme (dus de grootste afwijking heeft). Door in de file 'fortran.out' te kijken voor welke run die Cw-waarde is gevonden, kan ook worden gezien of er in die run met tegenwind of met meewind is gesleept. Dan zijn er twee mogelijkheden.

1. Als dat tegenwind is geweest, dan moet de tegenwindcoëfficiënt voor die run worden verhoogd. Waarom? Omdat de gemeten sleepkabelkracht het gevolg is van de bootweerstand door het water en de windweerstand op de sloep. Als nu de Cw-waarde blijkbaar te hoog is voor die run, dan is de bootweerstand overschat. Als nu de tegenwindweerstandcoëfficiënt wordt verhoogd, dan wordt ook de bijdrage van de windkracht in de kabelkracht verhoogd. Daarmee wordt de bijdrage van de bootweerstand verlaagd, omdat de som van beide krachten gemeten is en niet verandert (kabelkracht).

2. Als dat meewind is geweest, dan moet de windmeecoëfficiënt voor die run worden verlaagd. Waarom? Om de sloep met die snelheid door het water te slepen is er de gemeten kabelkracht nodig en die nog vermeerderd met de windkracht op de achterkant van de sloep. Als nu blijkt dat de vaarweerstand wordt overschat, dan heeft de wind blijkbaar minder hard tegen de achterkant van de sloep gedrukt. De totaal benodigde kracht moet dus lager zijn. De windmeeweerstandcoëfficiënt moet dan dus worden verlaagd en daarmee de vaarweerstand bij die snelheid.

Voorbeeld-2.

Er is een gemeten Cw-waarde van een run die duidelijk lager ligt dan de Cw-kromme (maar wel de grootste afwijking heeft). Door in de file 'fortran.out' te kijken voor welke run die Cw-waarde is gevonden, kan ook worden gezien of er in die run met tegenwind of met meewind is gesleept. Dan zijn er twee mogelijkheden.

1. Als dat tegenwind is geweest, dan moet de tegenwindcoëfficiënt voor die run worden verlaagd. Waarom? Omdat de gemeten sleepkabelkracht het gevolg is van de bootweerstand door het water en de windweerstand op de sloep. Als nu de Cw-waarde blijkbaar te laag is voor die run, dan is de bootweerstand onderschat. Als nu de tegenwindweerstandcoëfficiënt wordt verlaagd, dan wordt ook de bijdrage van de windkracht in de kabelkracht verlaagd. Daarmee wordt de bijdrage van de bootweerstand verhoogd, omdat de som van beide krachten gemeten is en niet verandert (kabelkracht).

2. Als dat meewind is geweest, dan moet de windmeecoëfficiënt voor die run worden verhoogd. Waarom? Om de sloep met die snelheid door het water te slepen is er de gemeten kabelkracht nodig en die nog vermeerderd met de windkracht op de achterkant van de sloep. Als nu blijkt dat de vaarweerstand wordt onderschat, dan heeft de wind blijkbaar harder tegen de achterkant van de sloep gedrukt. De totaal benodigde kracht moet dus hoger zijn. De windmeeweerstandcoëfficiënt moet dan dus worden verhoogd en daarmee de vaarweerstand bij die snelheid.

Een aantal opmerkingen hierbij.

- De windweerstandcoëfficiënten kunnen nooit lager dan 0 of groter dan 1 worden gekozen.
- Wanneer de gemeten relatieve windsnelheid bijna nul is, dan heeft het wijzigen van de windweerstandcoëfficiënt weinig invloed.
- Voor iedere run kunnen er andere keuzes van coëfficiënten worden gemaakt.

Wanneer op deze wijze de windweerstandcoëfficiënten zijn veranderd en aangepast in 'cw4-inp.txt', dan kan 'cw4.exe' opnieuw worden gedraaid. Let er daarbij op dan de bestaande file 'fortran.out' moet worden hernoemd, als je die tenminste wilt bewaren, anders wordt hij overschreven door de nieuwe run.

Het resultaat voor de nieuwe run kan weer worden gevisualiseerd met EXCEL. Als blijkt dat de 'RMS van de fouten' kleiner is geworden, dan is er een betere Cw-kromme berekend. Dit proces kan net zo lang worden herhaald totdat een bevredigend resultaat is bereikt, bijvoorbeeld omdat de RMS waarde niet meer kleiner wordt. De A- en B-waarde van de beste oplossing worden geaccepteerd als de geldige Cw-kromme voor die sloep.

11. Automatische optimalisatie van de A-en B-waarde.

In het voorgaande is beschreven hoe de berekening van de Cw-kromme kan worden verbeterd door handmatig de windweerstandcoëfficiënten te variëren. Er is ook een programma geschreven ('cw5.exe') die de optimalisatie automatisch doet. De inputfile voor dat programma is 'cw5-inp.txt'. De inhoud is precies gelijk aan die van 'cw4-inp.txt'. De uitvoerfile 'fortran.out' is qua opbouw precies identiek aan die van 'cw4.exe'. Ook het visualiseren van het resultaat met EXCEL is precies identiek. Het lijkt daarom logisch om voortaan altijd 'cw5.exe' te gebruiken. Heel vaak leidt dat inderdaad tot een goede en snelle oplossing met een minimale RMS waarde van de Cw-waarde afwijkingen.

Jammer genoeg werkt dat programma niet altijd en moet er worden teruggegrepen worden op de handmatige optimalisatie met 'cw4.exe'. Er zijn een aantal redenen waarom het automatisch optimaliseren niet altijd werkt. Het programma berekent in maximaal 25 optimalisatiestappen de Cw-kromme, waarbij iedere volgende Cw-kromme moet leiden tot een lagere RMS-waarde dan in de voorgaande slag. Als de verandering van de RMS-waarde kleiner is dan een bepaalde waarde, dan stopt het programma en geeft de eindoplossing weer in 'fortran.out'. Is er na 25 (iteratie)slagen niet voldaan aan het nauwkeurigheidscriterium, dan stopt het programma zonder de file 'fortran.out' te creëren. Handmatig optimaliseren is dan de enige oplossing.

Hoe werkt het optimaliseren precies? Er moet zodanig worden geoptimaliseerd dat de RMS minimaal is. Die RMS is afhankelijk van twee windweerstandcoëfficiënten per run (wind tegen en wind mee). In totaal is dat aantal variabelen gelijk aan $2 \cdot$ het aantal runs. Eerst wordt de RMS waarde berekend met de coëfficiënten zoals die in de invoer file staan ('cw5-inp.txt'). Wiskundig gezien moet voor de optimale oplossing de partiële afgeleide van de RMS-waarde naar elke coëfficiënt gelijk aan 0 zijn.

In het programma is dat als volgt opgelost. Per coëfficiënt wordt het berekeningsprogramma tweemaal gedraaid met tweemaal een kleine verandering van alleen die ene coëfficiënt. We vinden daarmee twee nieuwe RMS waarden. Daaruit kan de afgeleide van RMS naar die coëfficiënt worden bepaald en ook de snelheid van de verandering van die afgeleide. Met ander woorden er kan een schatting worden gemaakt bij welke waarde van de

coëfficiënt de partiële afgeleide van RMS nul wordt. Dat is dan de nieuwe schatting voor die coëfficiënt. Door dit voor alle coëfficiënten te doen wordt een nieuwe set van windweerstandcoëfficiënten gecreëerd. Met die set wordt dan een nieuwe Cw-kromme berekend en een nieuwe RMS-waarde.

Dit proces wordt maximaal 25 keer herhaald. Dan of al eerder moet de oplossing voldoen aan het nauwkeurigheidscriterium ('geconvergeerd' zijn in wiskunde jargon), anders stopt het programma zonder resultaat.

Per iteratieslag moeten er veel berekeningslagen gedaan worden, namelijk tweemaal het aantal sleepruns. Dat zou in feite betekenen dat de meetfiles iedere keer opnieuw moeten worden gelezen. Dat is erg tijdrovend. Het programma is enorm versneld door bij de eerste keer lezen van de meetfiles de resultaten direct op te slaan in interne arrays (in het interne geheugen van de computer zelf dus). Die informatie is veel sneller toegankelijk dan vanuit een externe meetfile. Die interne informatie wordt dan vervolgens gebruikt bij de volgende RMS berekeningen.

Hoe ziet dat er nu wiskundig uit? Stel we hebben de gegevens uit 'cw5-inp.txt' gebruikt om een RMS waarde te bepalen. In die berekening heeft iedere weerstandcoëfficiënt zijn eigen waarde gehad. We nemen er een coëfficiënt uit: C_v^* . Voor die coëfficiënt is de RMS-waarde berekend. We noemen die RMS1. Nu veranderen we alleen de C_v een heel klein beetje met de waarde ΔC_v en berekenen hieruit opnieuw de RMS-waarde: RMS2. Vervolgens veranderen we C_v nogmaals met ΔC_v en berekenen de RMS opnieuw: RMS3. Schematisch ziet dat er als volgt uit:

1. Voor $C_v^* = C_v$ hebben we RMS1
2. Voor $C_v^* = C_v + \Delta C_v$ berekenen we RMS2
3. Voor $C_v^* = C_v + 2 * \Delta C_v$ berekenen we RMS3

Hieruit kunnen we de afgeleiden van RMS als functie van C_v^* bepalen. Die zijn als volgt.

1. Voor $C_v^* = C_v$ is de afgeleide gelijk aan $f_1 = (RMS2 - RMS1) / \Delta C_v$
2. Voor $C_v^* = C_v + \Delta C_v$ is de afgeleide gelijk aan $f_2 = (RMS3 - RMS2) / \Delta C_v$

We weten dat wanneer de partiële afgeleide nul is, de RMS minimaal is. Wanneer we veronderstellen dat die afgeleide lineair afneemt bij een toename van C_v^* , dan is de afgeleide nul als:

$$C_v^* = C_v + \alpha * \Delta C_v .$$

Voor α geldt dan:

$$f_1 - \alpha * (f_1 - f_2) = 0$$

Hieruit is α gemakkelijk te berekenen en daarmee is ook de C_v^* bekend waarvoor de partiële afgeleide nul is.

Deze berekeningen herhalen we voor iedere windweerstandcoëfficiënt. Wanneer die allemaal berekend zijn, dan wordt er een hele nieuwe RMS berekeningslag gedaan met alle nieuw geschatte optimale coëfficiënten. De nieuwe berekende RMS waarde wordt vergeleken met de voorgaande waarde. Als die is afgenomen gaan we 'de goede kant op' en kunnen we een nieuwe schatting voor alle coëfficiënten gaan maken. Als de afname voldoende klein is, is de oplossing 'geconvergeerd' en zijn de A- en B-waarde van de Cw-kromme gevonden waarvoor de RMS minimaal is.

Soms wordt er geen oplossing gevonden. Het is uit het voorgaande duidelijk dat dit kan komen doordat onze startwaarden te ver van het optimum liggen, waardoor de oplossing zelfs kan divergeren, of dat de afname dat de afgeleide lineair verloopt niet juist is.

De broncode van het cw5.f programma is gegeven in Appendix C.

12. Slotopmerkingen.

1. Soms blijft de verwerkingssoftware 'hangen'. Het programma kan dan worden gestopt met 'CNTRL c'.
2. Als het programma cw4.exe hangt, dan komt dat doordat de A- B-waarde niet kunnen worden berekend door een foute meetrun-uitkomst. Als het programma wordt afgebroken dan wordt er ook geen 'fortran.out'. file gegenereerd en kan er niet worden gezien om welke run(s) het gaat. In dat geval kan 'cw4-noAB' worden gedraaid die die A- en B-waarde berekening niet doet, maar wel de runresultaten laat zien in de file 'fortran.out'. Daaraan is dan wel te zien welke run gammel is. Die kan dan worden geskipt uit de berekening of er kan worden besloten om die ene run over te doen bijvoorbeeld.
3. Alle programma's moeten in dezelfde verwerkingsdirectory staan.
4. Als de A- en B-waarde van de Cw-kromme van een sloep bekend zijn, dan worden ze ingevoerd in het Sloepregister.

13. Appendix A: berekening van de A- en B-waarde.

Om de optimale Cw-kromme uit de gemeten Cw-waarden te berekenen, en daarmee de optimale A- en B-waarde van de Cw-kromme, moet er een fout-functie geminimaliseerd worden.

Die grootheid (F_{out}^2) is gedefinieerd als de som van de gekwadrateerde afwijkingen.

$$F_{out}^2 = \Delta Cw_1^2 + \Delta Cw_2^2 + \Delta Cw_3^2 + \Delta Cw_4^2 + \Delta Cw_5^2 + \Delta Cw_6^2$$

Iedere afwijking kan worden berekend met behulp van de volgende uitdrukking:

$$\Delta Cw_i^2 = \{Cw_i\text{-gemeten} - A / [1 - (v_i / B)^2]\}^2$$

Van belang zijn dus de gemiddelde vaarsnelheid in een run en de gemiddelde Cw-waarde van een run. Beide grootheden van een run staan in de file 'fortran.out'.

We eisen nu dat F_{out}^2 minimaal is als functie van de gekozen A- en B-waarde. Wiskundig gezien leidt dit tot twee vergelijkingen met twee onbekenden. (De partiële afgeleiden naar A en B moeten beide nul zijn).

$$\frac{\partial F_{out}^2}{\partial A} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial F_{out}^2}{\partial B} = 0$$

Dit leidt tot de vergelijkingen:

$$\sum_{i=1}^n \frac{Cw_i}{(1 - [\frac{v_i}{B}]^2)} = A \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1 - [\frac{v_i}{B}]^2)^2} \quad \text{(I)}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{Cw_i * v_i^2}{(1 - [\frac{v_i}{B}]^2)^2} = A \cdot \sum_{i=1}^n \frac{v_i^2}{(1 - [\frac{v_i}{B}]^2)^3} \quad \text{(II)}$$

We kunnen deze vergelijkingen ook anders schrijven.

$$F1 = A * F2 \quad \text{(I-a)}$$

$$F3 = A * F4 \quad \text{(II-a)}$$

Wat de coëfficiënten F1, F2, F3 en F4 voorstellen is gelijk duidelijk uit vergelijking met de daarboven staande twee formules. Het is eenvoudig om uit (I-a) en (II-a) de A te elimineren. We houden dan een uitdrukking over die alleen nog maar de B-waarde bevat. Dit leidt dan tot de uitdrukking

$$f(B) = F1 * F4 - F3 * F2 = 0$$

Als er een B-waarde kan worden gevonden waarbij geldt dat $f(B) = 0$, dan is de B-waarde daarmee bepaald. Het zoeken van zo'n nulpunt gebeurt iteratief.

De wiskundige opdracht is om een B-waarde te vinden, waarvoor $f(B)$ gelijk is aan nul. Vooralsnog kennen we die waarde echter niet en schatten hem daarom eerst ruw in. Aan de hand van die schatting kan er na berekening een verbeterde schatting worden gemaakt, waarna er weer een berekening wordt gedaan en er weer een betere schatting kan worden gemaakt. Dit gaat net zo lang door totdat de oplossing gevonden is (iteratieproces). Als we de juiste waarde van B hebben, dan is $f(B) = 0$.

We weten dat de functie $f(B)$ continu is (een geleidelijk verloop heeft). Dat betekent dat $f(B)$ voor een waarde van B groter dan het nulpunt een tegengesteld teken heeft aan de $f(B)$ voor een B -waarde kleiner dan het nulpunt. Eerder is al opgemerkt dat de B -waarde als een afschatting van de rompsnelheid uit de sleepproef kan worden beschouwd en daarom is de B -waarde hoger dan de hoogste sleepsnelheid. Om de juiste B -waarde te vinden gaan we als volgt te werk.

We kiezen een waarde B_1 gelijk aan de hoogste sleepsnelheid en berekenen $f(B_1)$. Vervolgens kiezen we een waarde B_2 die gelijk is aan $1.1 * B_1$ (10% hoger) en berekenen hieruit $f(B_2)$. Vervolgens kijken we naar het teken van $f(B_1)$ en $f(B_2)$. Als ze hetzelfde teken hebben dan ligt het nulpunt niet in het interval $B_1 \leftrightarrow B_2$. Nu definiëren we een nieuw interval waarbij B_1 gelijk aan B_2 wordt gekozen en kiezen we de nieuwe B_2 weer 10% hoger dan de nieuwe B_1 waarde (= oude B_2 -waarde). Vervolgens bepalen we weer de beide tekens van $f(B)$ voor de nieuwe set B -waarden.

Dit proces wordt net zo lang herhaald totdat we een tegengesteld teken vinden voor $f(B_1)$ en $f(B_2)$. Dat betekent dan dat het echte nulpunt tussen B_1 en B_2 in ligt. Vervolgens berekenen we B_3 als het gemiddelde van B_1 en B_2 en daaruit bepalen we $f(B_3)$. Als $f(B_3)$ een tegengesteld teken heeft aan $f(B_1)$, dan maken we B_2 gelijk aan B_3 . Als $f(B_3)$ hetzelfde teken heeft als $f(B_1)$, dan maken we B_1 gelijk aan B_3 . We hebben dan een nieuwe set van B_1 en B_2 gekregen met een intervallengte van de helft van het vorige interval en waarvan we zeker weten dat het nulpunt er in ligt. Dit heet in de numerieke wiskunde de halverings- of bisectiemethode.

Dit 'kunstje' van halveren (een nieuwe B_3 wordt weer precies tussen de nieuwe set B_1 en B_2 in gekozen) wordt net zo lang herhaald totdat het verschil tussen B_1 en B_2 nog maar 0.000001 [m/s] is. Hiermee is het nulpunt gevonden en daarmee de juiste B -waarde. Met behulp van (I) of (II) kan dan heel gemakkelijk de juiste A -waarde worden berekend.